

پاسخنامه تشریحی

۱.

پاسخ:

دو زاویه E و F قائمه هستند، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{G} = 90^\circ \\ \overline{OE} = \overline{OG} \text{ شعاع دایره کوچک} \\ \overline{OF} = \overline{OH} \text{ شعاع دایره بزرگ} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle OEF \cong \triangle OGH \text{ (به حالت)}$$

۲.

$$6^4 + 7^3 + 1^9 - 12^2 = 1296 + 343 + 1 - 1 = 1639$$

۳.

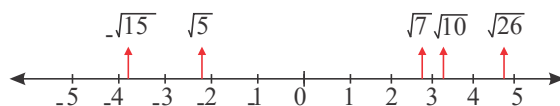
$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \text{ و } (-1)^7 = -1 \text{ و } (-4)^3 = -64 \text{ و } (-3)^6 = 729$$

$$\Rightarrow 729 > 110 > \frac{1}{16} > -1 > -64$$

۴.

$$-3 < -\sqrt{5} < -2, 5 < \sqrt{26} < 6, -4 < -\sqrt{15} < -3$$

$$3 < \sqrt{10} < 4, 2 < \sqrt{7} < 3$$



۵. بزرگ‌تر

۶.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle OHA = \triangle HBA = 90^\circ \\ OH \text{ ضلع مشترک} \\ OA = OB \text{ شعاع دایره} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{دو مثلث در حالت وتر و یک ضلع هم نهشت‌اند}$$

۷.

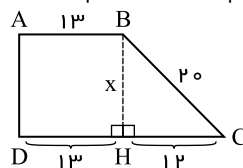
$$\text{الف) } -5^2 - (-5)^2 = -25 - 25 = -50$$

$$\text{ب) } 8 \times 3^{14} - 5 \times (3^2)^7 = 8 \times 3^{14} - 5 \times 3^{14} = 3^{14}(8 - 5) = 3^{14} \times 3 = 3^{15}$$

$$\text{ج) } 3 \times (-1)^{1394} \div (-3) = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

نکته: عدد (-1) اگر به توان فرد برسد، برابر (-1) و اگر به توان زوج برسد، برابر $(+1)$ است.

۸. ارتفاع دوزنقه را رسم می‌کنیم. مثلث BHC قائم‌الزاویه است و $ABHD$ مستطیل است، پس $BH = AD = x$ است.



$$\triangle BHC: BC^2 = BH^2 + HC^2 \Rightarrow x^2 + 12^2 = 20^2$$

$$x^2 + 144 = 400$$

$$x^2 = 400 - 144 = 256$$

$$x = \sqrt{256} = 16$$

۹.

پاسخ:

$$\triangle ABC: AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow y^2 = 400 - 256 = 144 \Rightarrow y = 12, \quad \triangle ADC: AD^2 = AC^2 + CD^2 \Rightarrow x^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow x = 15$$

۱۰.

$$\text{الف) } \frac{(-3)^5 \times 2^4 \times 2^3}{-2^7 \times (-3^2)^2 \times (3^2 \times 2)} = \frac{(-3)^5 \times 2^7}{-2^8 \times 3^6} = \frac{1}{2^{8-5} \times 3^{6-5}} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ب) } \left[3^{10} \times \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 \right]^3 \div \left[5^4 \times \left(\frac{1}{5^2}\right)^2 \right]^3 = \left[\frac{3^{10}}{3^6} \right]^3 \div \left[\frac{5^4}{5^4} \right]^3 = 3^2 \div 1 = 9 \div 1 = 9$$

۱۱.

الف



$$\frac{1}{2} \times 4^5 = \frac{1}{2} (2^2)^5 = \frac{1}{2} \times 2^{10} = 2^{10-1} = 2^9$$

ب

$$\sqrt{9 \times 16 \times 36} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} \times \sqrt{36} = 3 \times 4 \times 6 = 72$$

۱۲.

الف

درست

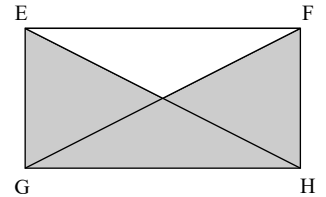
ب

درست، زیرا لوزی و مربع به ضلع a ضلع‌های مساوی دارد و هم نهشت نیستند پس گزاره صحیح است.

۱۳. برای اثبات برابری قطرهای EHG و FGH می‌توانیم از هم‌نهشتی مثلث‌ها استفاده کنیم.

در دو مثلث EHG و FGH داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{GH} \text{ ضلع مشترک} \\ \hat{H} = \hat{G} = 90^\circ \\ \overline{EG} = \overline{FH} \text{ عرض مستطیل} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle EHG \cong \triangle FGH$$



اجزای متناظر

$$\xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \overline{FG} = \overline{EH} \Rightarrow \text{قطرها در مستطیل باهم برابرند}$$

۱۴.

$$\text{الف) } \frac{72^7 \div 8^7}{9^3 \times 9} = \frac{\left(\frac{72}{8}\right)^7}{9^{3+1}} = \frac{9^7}{9^4} = 9^3$$

$$\text{ب) } \frac{1}{6} \times 216^4 = \frac{1}{6} \times (6^3)^4 = \frac{1}{6} \times 16^{12} = 6^{11}$$

۱۵. مرکز کمان عدد ۲ و اندازه کمان برابر $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ است، پس:

$$2 + \sqrt{5}$$

